Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра полупроводниковых приборов и микроэлектроники

Паспорт
расчетно-графического задания (работы)

по дисциплине «Методы математической физики», 4 семестр

1. Методика оценки

Выполнение расчетно-графического задания (работы) (далее - РГЗ(Р)) является формой текущей аттестации (контроля) по дисциплине, предусмотренной учебным планом.

РГЗ(Р) проводится по темам практических занятий и состоит из трех частей.

РГЗ(Р) выполняется индивидуально

Количество заданий достаточно для обеспечения, каждого обучающегося индивидуальным заданием РГЗ(Р).

Замена задания РГЗ(Р) осуществляется по согласованию с преподавателем из числа резервных (не занятых) заданий.

Преподаватель осуществляет руководство по выполнению задания, оказывает консультационную помощь и принимает отчет по РГЗ(Р).

2. Уровни сформированности компетенций и критерии оценки

РГЗ(Р) считается выполненной **на продвинутом** уровне, если все необходимые расчеты произведены самостоятельно и без ошибок; сдана преподавателю в указанные сроки и не возвращалась для доработки; что свидетельствует об уровне сформированности компетенций и соотнесенных с ними индикаторов на продвинутом уровне. Оценка составляет *от 36 до 40 баллов.*

РГЗ(Р) считается выполненной **на базовом** уровне, если все необходимые расчеты произведены самостоятельно и без существенных ошибок; сдана преподавателю в указанные сроки и однократно возвращалась студенту для незначительной доработки; что свидетельствует об уровне сформированности компетенций и соотнесенных с ними индикаторов на базовом уровне. Оценка составляет *от 30 до 35 баллов.*

РГЗ(Р) считается выполненной **на пороговом** уровне, если все необходимые расчеты произведены самостоятельно, но с ошибками, часть из которых носит принципиальный характер; есть замечания к полноте предоставления информации; что свидетельствует об уровне сформированности компетенций и соотнесенных с ними индикаторов на пороговом уровне. Оценка составляет *от 20 до 29 баллов.*

РГЗ(Р) считается **не выполненной**, если расчеты произведены с серьезными ошибками; РГЗ(Р) была сдана преподавателю, но неоднократно возвращалась студенту для доработки, что не привело к улучшению ее качества; РГЗ(Р) не допущена до защиты, что свидетельствует об не сформированности компетенций и соотнесенных с ними индикаторов. Оценка составляет *менее 20 баллов*.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за РГЗ(Р) учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

РГЗ(Р) как форма текущей аттестации (контроля) по дисциплине считается успешно выполненной, если сумма полученных баллов по всем его заданиям составляет от 20 до 40 баллов включительно.

4. Примерный перечень заданий РГЗ(Р)

Часть 1

Доказать:

1.1. $F_k\{x^n f^{(m)}(x)\} = (-1)^n (2\pi i)^{m-n} \frac{d^n}{dk^n}[k^m \hat{f}(k)].$

1.2. $F_k\{e^{i2\pi k_0 x} f^{(m)}(x)]\} = [i2\pi(k-k_0)]^m \ \hat{f}(k-k_0).$

1.3. $F_k\{f[a(x+b)]\} = \frac{1}{|a|} e^{i2\pi bk} \ \hat{f}(k/a),$

$F_k\{f(ax+b)\} = \frac{1}{|a|} e^{i2\pi(b/a)k} \ \hat{f}(k/a).$

1.4. $F_k\{f^*[a(x+b)]\} = \frac{1}{|a|} e^{i2\pi bk} \ \hat{f}^*(-k/a).$

1.5. $F_k\{x^n f[a(x+b)]\} = \frac{1}{|a|}\left(\frac{i}{2\pi}\right)^n \frac{d^n}{dk^n}\left[e^{i2\pi bk} \ \hat{f}(k/a)\right].$

1.6. $F_k\{e^{i2\pi k_0 x} f[a(x+b)]\} = \frac{1}{|a|} e^{i2\pi b(k-k_0)} \ \hat{f}\left(\frac{k-k_0}{a}\right).$

1.7. $F_k\{f(x+b) + f(x-b)\} = 2\cos(2\pi bk) \ \hat{f}(k),$

$F_k\{f(x+b) - f(x-b)\} = 2i\sin(2\pi bk) \ \hat{f}(k).$

1.8. $F_k\{f(x)\cos(2\pi k_0 x)\} = \frac{1}{2}[\hat{f}(k-k_0) + \hat{f}(k+k_0)],$

$F_k\{f(x)\sin(2\pi k_0 x)\} = \frac{1}{2i}[\hat{f}(k-k_0) - \hat{f}(k+k_0)].$

1.9. $F_k\left\{\frac{d^m f[a(x+b)]}{dx^m}\right\} = \frac{1}{|a|}(i2\pi k)^m e^{i2\pi bk} \ \hat{f}\left(\frac{k}{a}\right).$

1.10. $\frac{d^m f(ax)}{dx^m} = \frac{1}{|a|}\left(\frac{2\pi i}{a}\right)^m \int_{-\infty}^{\infty} k^m \tilde{f}\left(\frac{k}{a}\right) e^{i2\pi kx} dk.$

Часть 2

2.1. Для символа Похгаммера

$$(z)_n \equiv z(z+1)(z+2)\cdot\ldots\cdot(z+n-1)$$

доказать

$$(1)_n = n!, \quad (z)_n = \frac{\Gamma(z+n)}{\Gamma(z)}, \quad (-z)_n = (-1)^n (z-n+1)_n.$$

2.2. Доказать $z(z-1)(z-2)\cdot\ldots\cdot(z-n)=\dfrac{\Gamma(z+1)}{\Gamma(z-n)}$.

2.3. Доказать $\dfrac{\Gamma(z)}{\Gamma(z\mp n)}=(-1)^n\dfrac{\Gamma(1\pm n-z)}{\Gamma(1-z)}$,

$$\frac{\Gamma(z)\,\Gamma(-z)}{\Gamma(z-n)\,\Gamma(n-z)}=(-1)^n\frac{z-n}{z}.$$

2.4. Для целого n доказать

$$\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)=\frac{2n+1}{2}\frac{(2n)!}{2^{2n}n!}\sqrt{\pi},$$

$$\Gamma\left(n-\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{2n-1}\frac{(2n)!}{2^{2n}n!}\sqrt{\pi},$$

$$\Gamma\left(-n-\frac{1}{2}\right)=(-1)^{n+1}2^{2n+2}\frac{(n+1)!}{(2n+2)!}\sqrt{\pi}.$$

2.5. Доказать $\Gamma(z-n)\,\Gamma(n-z)=\dfrac{(-1)^n\pi}{(n-z)\sin\pi z}$, n – целое, z – не целое.

2.6. Доказать $\Gamma(2x)\sin(\pi x)=\sqrt{\pi}\;2^{2x-1}\dfrac{\Gamma(x+1/2)}{\Gamma(1-x)}$.

2.7. При $n=1,2,3,\ldots$ доказать

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\Gamma[2(1-n-\varepsilon)]\sin[\pi(n+\varepsilon)]=\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-2)!}\frac{\pi}{2}.$$

2.8. Доказать $\displaystyle\int_0^\infty x^{2n+1}e^{-ax^2}dx=\frac{n!}{2a^{n+1}}$, $a>0$.

2.9. Доказать $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}e^{iay^2}dy=\sqrt{\frac{\pi}{|a|}}\,e^{i(\operatorname{sgn}a)\pi/4}$,

$$\int_0^\infty\cos(ay^2)\,dy=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2|a|}},$$

$$\int_0^\infty\sin(ay^2)\,dy=\operatorname{sgn}(a)\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2|a|}}.$$

2.10. Доказать $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}x^{2n}e^{-ax^2}dx=\sqrt{\pi}\,\frac{1\cdot3\cdot5\cdot\ldots\cdot(2n-1)}{2^n\,a^{n+1/2}}$, $n>0$.

Часть 3

Для гармонического осциллятора доказать:

3.1. $(x^3)_{n,n+1} = 3[(n+1)/2]^{3/2}$.

3.2. $(x^3)_{n,n+3} = [(n+1)(n+2)(n+3)/2]^{1/2}/2$.

3.3. $(x^3)_{n,n-3} = [n(n-1)(n-2)/2]^{1/2}/2$.

3.4.

$$\left(x\frac{d}{dx}\right)_{m,n} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{n(n-1)}\,\delta_{m,n-2} - \delta_{m,n} - \sqrt{(n+1)(n+2)}\,\delta_{m,n+2}\right].$$

3.5.

$$x^2\,\psi_n = \frac{1}{2}\sqrt{n(n-1)}\,\psi_{n-2} + \left(n+\frac{1}{2}\right)\psi_n + \frac{1}{2}\sqrt{(n+1)(n+2)}\,\psi_{n+2}.$$

3.6.

$$x^3\,\psi_n = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left[\sqrt{(n+1)(n+2)(n+3)}\,\psi_{n+3} + 3(n+1)\sqrt{n+1}\,\psi_{n+1} + \right.$$
$$\left. + 3n\sqrt{n}\,\psi_{n-1} + \sqrt{n(n-1)(n-2)}\,\psi_{n-3}\right].$$

3.7.

$$\frac{d^2\psi_n}{dx^2} = \frac{1}{2}\sqrt{n(n-1)}\,\psi_{n-2} - \left(n+\frac{1}{2}\right)\psi_n + \frac{1}{2}\sqrt{(n+1)(n+2)}\,\psi_{n+2}.$$

3.8. Для безразмерной координаты

$$(k+1)\,(x^{k+1})_{n,m} - \frac{k(n+m+2)}{2}\,(x^{k-1})_{n,m} - \frac{k(k-1)(k-2)}{4}\,(x^{k-3})_{n,m} +$$
$$+ n\left[\sqrt{\frac{m}{2}}(x^k)_{n,m-1} - \sqrt{\frac{m+1}{2}}(x^k)_{n,m+1}\right] + m\left[\sqrt{\frac{n}{2}}(x^k)_{n-1,m} - \sqrt{\frac{n+1}{2}}(x^k)_{n+1,m}\right] = 0.$$

3.9. Для безразмерной координаты

$$\sqrt{2(n+1)}\,(x^k)_{n,n+1} - \sqrt{2n}\,(x^k)_{n,n-1} = k\,(x^{k-1})_{n,n}.$$

3.10. Доказать соотношение ортогональности

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^m\,\psi_n(x)\,\psi_{n'}(x)\,dx = 0, \quad m = 0,1,\ldots,(n-n') \geq 1.$$